



## Проверка регулярности детерминированных бесконтекстных L-графов

к.ф.-м.н., доцент Алексей Александрович Вылиток

факультет вычислительной математики и кибернетики  
МГУ имени М. В. Ломоносова

3 декабря 2025 года

## Проблема регулярности

### Задача

По заданному формальному описанию  $G$  языка  $L$  (например, по грамматике) определить, является ли  $L$  регулярным.

Язык регулярен, если он может быть описан конечным автоматом (праволинейной грамматикой, регулярным выражением и т.п.)

**Теорема** (Y.Bar-Hillel, M.Perles, E.Shamir, 1961)

В классе контекстно-свободных языков задача проверки регулярности алгоритмически неразрешима.

## Алгоритмы проверки регулярности в подклассах бесконтекстных языков

В подклассе детерминированных языков:

- ▶ Стирнз ( $O(t^{q^{q^q}})$ , 1967г.)
- ▶ Валиант ( $O(t^{q^q})$ , 1975г. )
- ▶ Шанкар, Адига ( $O((qt)^2 t^{qt})$ , 1991-1992 гг. )  
(справедливо для собственного подкласса детерминированных языков)

$q$  – количество состояний магазинного автомата

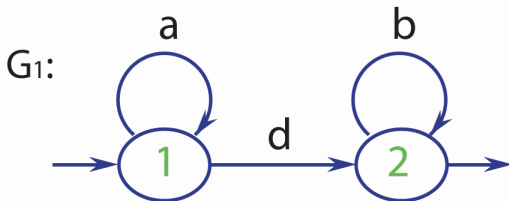
$t$  – мощность магазинного алфавита ( $q, t > 1$ )

## L-граф

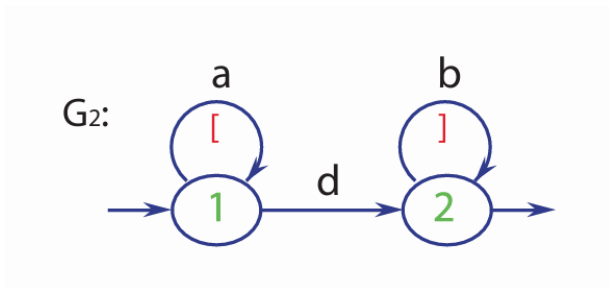
L-граф  $G = \langle V, \Sigma, P, E, I, F \rangle$

- ▶  $V$  – конечное множество вершин
- ▶  $\Sigma$  – алфавит основных символов
- ▶  $P$  – скобочное множество
- ▶  $I \subseteq V$  – множество начальных вершин
- ▶  $F \subseteq V$  – множество заключительных вершин
- ▶  $E \subseteq V \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times (P \cup \{\varepsilon\}) \times (P \cup \{\varepsilon\}) \times V$  – множество дуг

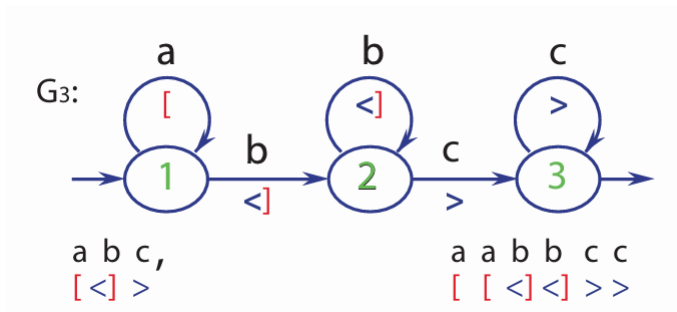
## Пример регулярного L-графа



## Пример бесконтекстного L-графа



## Пример L-графа с двумя системами скобок



## Функция *direct*

Определим функцию  $direct(\pi)$ , где  $\pi$  – дуга L-графа, следующим образом:

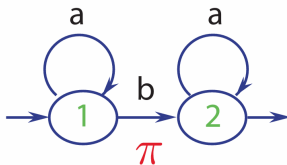
$direct(\pi) = \{a \in \Sigma \mid \text{существуют такие пути } T_1, T_2, \text{ что}$

- ▶  $T_1 \pi T_2$  – путь в L-графе,
  - ▶  $\omega(\pi T_2) = \{a\alpha, a \in \Sigma^*\} \cup \{\varepsilon \mid \text{существуют такие пути } T_1, T_2, \text{ что}$ 
    - ▶  $T_1 \pi T_2$  – путь в L-графе,
    - ▶  $\omega(\pi T_2) = \varepsilon\}$
- }

$\omega(T)$  – символьная пометка пути  $T$ .

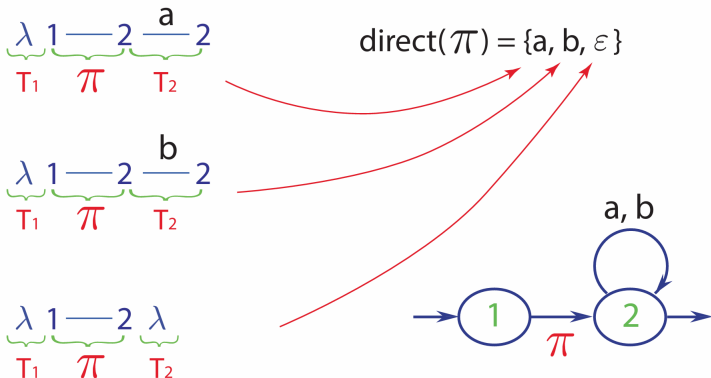


## Функция direct. Пример 1

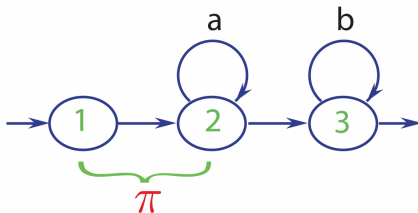


$$\text{direct}(\pi) = \{b\}$$

## Функция direct. Пример 2



## Функция direct. Пример 3



1 — 2 — 3  $\xrightarrow{b}$  3     $b \in \text{direct}(\pi)$

1 — 2  $\xrightarrow{a}$  2 — 3     $a \in \text{direct}(\pi)$      $\text{direct}(\pi) = \{a, b, \varepsilon\}$

1 — 2 — 3     $\varepsilon \in \text{direct}(\pi)$

## Детерминированный L-граф

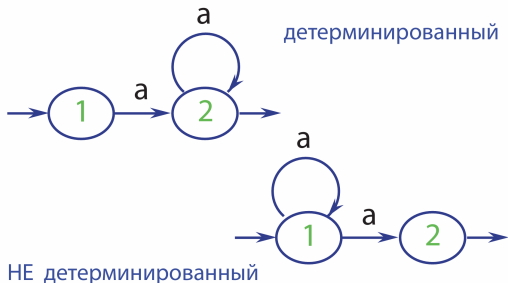
Бесконтекстный L-граф  $G = \langle V, \Sigma, P, E, I, F \rangle$  называется детерминированным, если для любой вершины  $v \in V$  и для любых двух дуг  $\pi_1, \pi_2 \in E$ , таких, что  $\pi_1 \neq \pi_2$ ,  $beg(\pi_1) = beg(\pi_2) = v$ , выполняется условие:  $direct(\pi_1) \cap direct(\pi_2) \neq \emptyset \rightarrow (\iota_1(\pi_1), \iota_1(\pi_2) \in P_{\rangle}) \& (\iota_1(\pi_1) \neq \iota_1(\pi_2))$ .

$$\pi_i = \langle q_i, a_i, d, \varepsilon, r_i \rangle, \quad i = 1, 2$$

- ▶  $\pi_1, \pi_2$  – дуги L-графа
- ▶  $\iota_1(\pi_i)$  – первый скобочный след дуги  $\pi_i$ , т.е.  $d$
- ▶  $beg(\pi_i)$  – начальная вершина дуги  $\pi_i$ ,  $beg(\pi_i) = q_i$
- ▶  $end(\pi)$  – заключительная вершина дуги  $\pi_i$ ,  $end(\pi_i) = r_i$
- ▶  $P_{\rangle}$  – множество закрывающих скобок
- ▶  $\omega(\pi_i)$  – пометка дуги,  $\omega(\pi_i) = a_i$

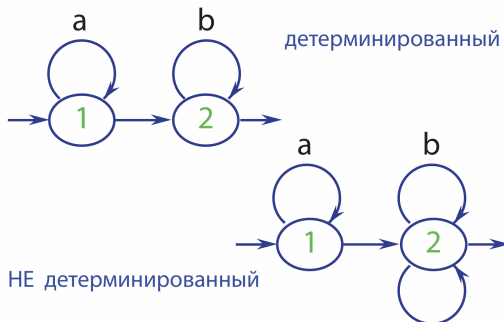
## Детерминированный L-граф

Бесконтекстный L-граф  $G = \langle V, \Sigma, P, E, I, F \rangle$  называется детерминированным, если для любой вершины  $v \in V$  и для любых двух дуг  $\pi_1, \pi_2 \in E$ , таких, что  $\pi_1 \neq \pi_2$ ,  $beg(\pi_1) = beg(\pi_2) = v$ , выполняется условие:  $direct(\pi_1) \cap direct(\pi_2) \neq \emptyset \rightarrow (\iota_1(\pi_1), \iota_1(\pi_2) \in P_j) \ \& \ (\iota_1(\pi_1) \neq \iota_1(\pi_2))$ .



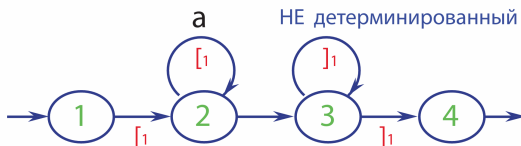
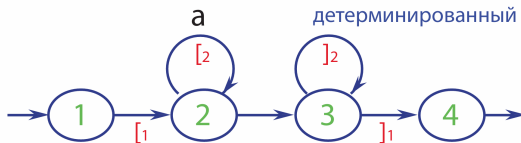
## Детерминированный L-граф

Бесконтекстный L-граф  $G = \langle V, \Sigma, P, E, I, F \rangle$  называется детерминированным, если для любой вершины  $v \in V$  и для любых двух дуг  $\pi_1, \pi_2 \in E$ , таких, что  $\pi_1 \neq \pi_2$ ,  $beg(\pi_1) = beg(\pi_2) = v$ , выполняется условие:  $direct(\pi_1) \cap direct(\pi_2) \neq \emptyset \rightarrow (\iota_1(\pi_1), \iota_1(\pi_2) \in P) \& (\iota_1(\pi_1) \neq \iota_1(\pi_2))$ .

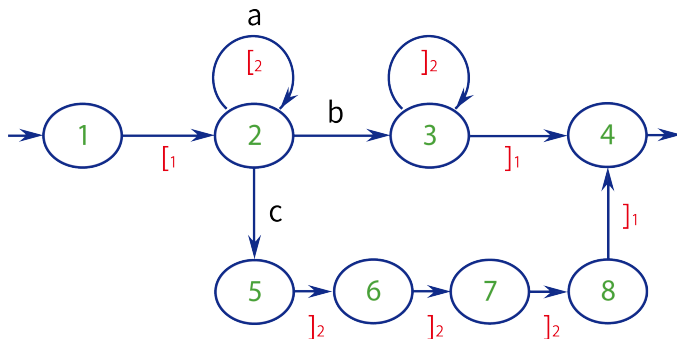


## Детерминированный L-граф

Бесконтекстный L-граф  $G = \langle V, \Sigma, P, E, I, F \rangle$  называется детерминированным, если для любой вершины  $v \in V$  и для любых двух дуг  $\pi_1, \pi_2 \in E$ , таких, что  $\pi_1 \neq \pi_2$ ,  $beg(\pi_1) = beg(\pi_2) = v$ , выполняется условие:  $direct(\pi_1) \cap direct(\pi_2) \neq \emptyset \rightarrow (\iota_1(\pi_1), \iota_1(\pi_2) \in P) \& (\iota_1(\pi_1) \neq \iota_1(\pi_2))$ .



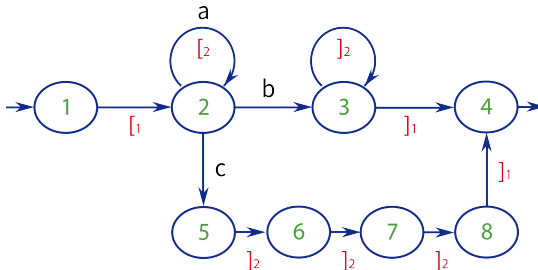
## Пример



Бесконтекстный L-граф



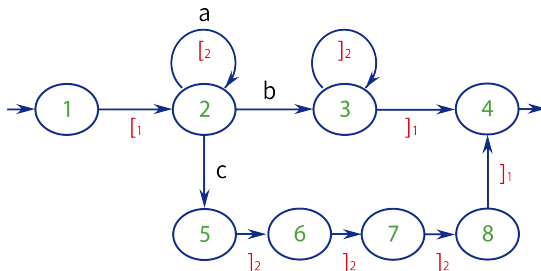
## Ядро L-графа



### Определение:

$\text{PrefCore}_G(0, 0) = \{T \mid \exists T' : TT' \in \text{Core}_G(1, 1), \text{reduction}(T) = \{T\}\}$  ( $T$  не содержит парных или нейтральных циклов)

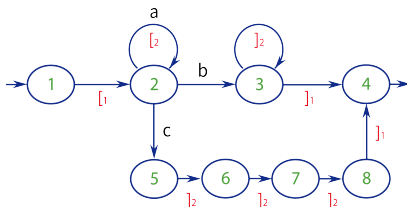
## Ядро L-графа



$$\begin{aligned} \text{Core}(0, 0) : \{ & 1 \xrightarrow{b} 2 [1] \xrightarrow{a} 3 [1] \xrightarrow{c} 4, \\ & 1 \xrightarrow{b} 2 [1] \xrightarrow{a} 2 [1] \xrightarrow{a} 2 [1] \xrightarrow{a} 2 [1] \xrightarrow{c} 5 [1] \xrightarrow{a} 6 [1] \xrightarrow{a} 7 [1] \xrightarrow{a} 8 [1] \xrightarrow{c} 4 \} \end{aligned}$$

$$\text{Core}(1, 1) : \{ 1 \xrightarrow{a} 2 [1] \xrightarrow{b} 3 [1] \xrightarrow{c} 4 \} \cup \text{Core}(0, 0)$$

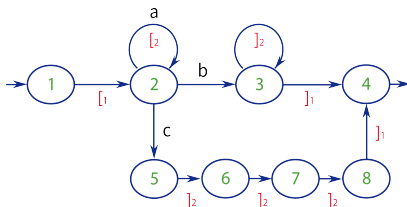
## Множество памятей L-графа



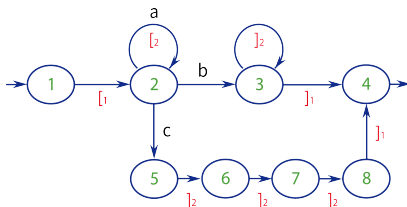
$$PrefCore_G(0, 0) =$$

$$\{1, \underline{1} \underline{1} 2, \underline{1} \underline{1} 2 \underline{b} 3, \underline{1} \underline{1} 2 \underline{b} 3 \underline{1} 4, \underline{1} \underline{1} 2 \underline{a} 2, \underline{1} \underline{1} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2, \\ \underline{1} \underline{1} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2, \underline{1} \underline{1} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{c} 5, \underline{1} \underline{1} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{c} 5 \underline{6}, \\ \underline{1} \underline{1} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{c} 5 \underline{6} \underline{7}, \underline{1} \underline{1} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{a} 2 \underline{c} 5 \underline{6} \underline{7} \underline{8} \underline{1} 4\}$$

$$Mem = \{(P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0)\}$$

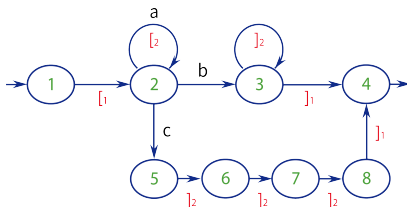


$$PrefCore_G(0, 0) =$$



$$\begin{aligned}
& PrefCore_G(0, 0) = \\
& \{1, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{3}, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{3}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{4}, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}, \\
& \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{5}, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{5}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{6}, \\
& \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{5}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{6}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{7}, \textcolor{red}{1}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{blue}{\text{---}}\textcolor{red}{2}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{5}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{6}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{7}\textcolor{green}{\text{---}}\textcolor{red}{8}\textcolor{red}{\text{---}}\textcolor{red}{4}\} \\
& Mem = \{(P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0)\}
\end{aligned}$$

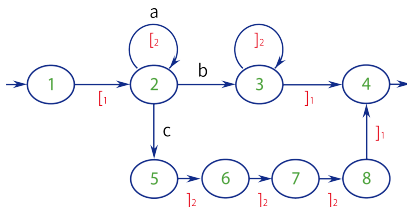
## Множество памятей L-графа



$$\begin{aligned}
 PrefCore_G(0, 0) = & \{1, 1 \xrightarrow{[1]} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 3, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 3 \xrightarrow{[1]} 4, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5 \xrightarrow{[2]} 6, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7 \xrightarrow{[2]} 8 \xrightarrow{[1]} 4\}
 \end{aligned}$$

$$Mem = \{(P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0)\}$$

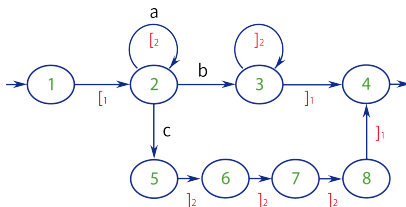
## Множество памяти L-графа



$$\begin{aligned}
 PrefCore_G(0, 0) = & \{1, 1 \xrightarrow{[1]} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] b} 3, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[1] b} 3 \xrightarrow{[1]} 4, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] a} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] c} 5, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] c} 5 \xrightarrow{[2]} 6, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] c} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] a} 2 \xrightarrow{[2] c} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7 \xrightarrow{[2]} 8 \xrightarrow{[1]} 4\}
 \end{aligned}$$

$$Mem = \{(P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0)\}$$

## Множество памятей L-графа

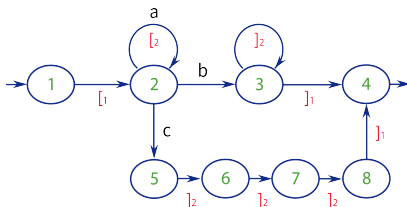


$$\begin{aligned}
 PrefCore_G(0,0) = & \{1, 1 \xrightarrow{[1]} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 3, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 3 \xrightarrow{[1]} 4, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5 \xrightarrow{[2]} 6, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7, 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7 \xrightarrow{[2]} 8 \xrightarrow{[1]} 4\}
 \end{aligned}$$

$$Mem = \{(P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0,0)\}$$

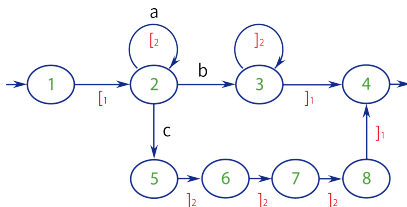
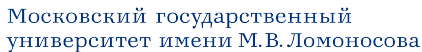


## Множество памятей L-графа



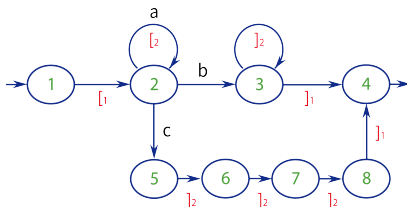
$$\begin{aligned}
 PrefCore_G(0, 0) = & \{ 1, 1 \underline{[1]} 2, 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 3, 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 3 \underline{[1]} 4, 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 2, 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2, \\
 & 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2, 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 5, 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 5 \underline{[2]} 6, \\
 & 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 5 \underline{[2]} 6 \underline{[2]} 7, 1 \underline{[1]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 2 \underline{[2]} 5 \underline{[2]} 6 \underline{[2]} 7 \underline{[2]} 8 \underline{[1]} 4 \}
 \end{aligned}$$

$$Mem = \{ (P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0) \}$$



$$\begin{aligned}
& PrefCore_G(0, 0) = \\
& \{1, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2}, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{blue}{\overline{b}} \textcolor{blue}{3}, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{blue}{\overline{b}} \textcolor{blue}{3} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{4}, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2}, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2}, \\
& \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2}, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{blue}{\overline{c}} \textcolor{blue}{5}, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{blue}{\overline{c}} \textcolor{blue}{5} \textcolor{red}{\overline{2}} \textcolor{red}{6}, \\
& \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{blue}{\overline{c}} \textcolor{blue}{5} \textcolor{red}{\overline{2}} \textcolor{red}{6} \textcolor{red}{\overline{2}} \textcolor{red}{7}, \textcolor{red}{1} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{red}{\overline{a}} \textcolor{red}{2} \textcolor{blue}{\overline{c}} \textcolor{blue}{5} \textcolor{red}{\overline{2}} \textcolor{red}{6} \textcolor{red}{\overline{2}} \textcolor{red}{7} \textcolor{red}{\overline{2}} \textcolor{red}{8} \textcolor{red}{\overline{1}} \textcolor{red}{4}\} \\
& Mem = \{(P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0)\}
\end{aligned}$$

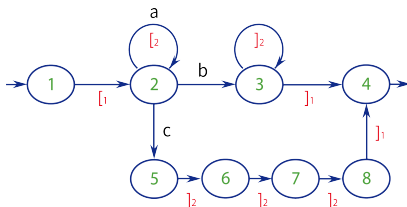
## Множество памятей L-графа



$$\begin{aligned}
 PrefCore_G(0, 0) = & \{ 1, \underset{[1]}{1} \_ 2, \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{b}{\_} 3, \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{b}{\_} 3 \_ 4, \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{a}{\_} 2, \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2, \\
 & \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2, \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{c}{\_} 5, \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{c}{\_} 5 \_ 6, \\
 & \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{c}{\_} 5 \_ 6 \_ 7, \underset{[1]}{1} \_ 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{a}{\_} 2 \overset{c}{\_} 5 \_ 6 \_ 7 \_ 8 \_ 4 \}
 \end{aligned}$$

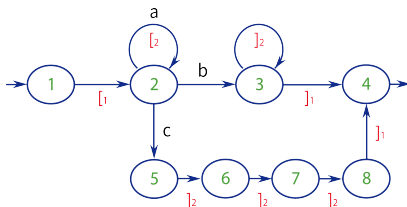
$$Mem = \{ (P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0) \}$$

## Множество памяти L-графа



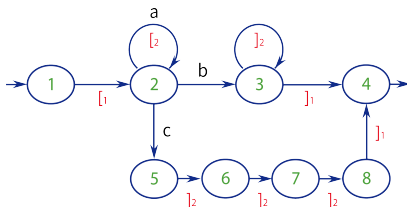
$$\begin{aligned}
 PrefCore_G(0,0) = & \{ 1, \ 1 \xrightarrow{[1]} 2, \ 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[b]} 3, \ 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[b]} 3 \xrightarrow{[1]} 4, \ 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, \ 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[c]} 5, \ 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[c]} 5 \xrightarrow{[2]} 6, \\
 & 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[c]} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7, \ 1 \xrightarrow{[1]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[c]} 5 \xrightarrow{[2]} 6 \xrightarrow{[2]} 7 \xrightarrow{[2]} 8 \xrightarrow{[1]} 4 \}
 \end{aligned}$$

$$Mem = \{ (P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0,0) \}$$



$$\begin{aligned} PrefCore_G(0, 0) = & \{1, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{b}{\text{--}}\underset{1}{3}, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{b}{\text{--}}\underset{1}{3}\text{--}\underset{1}{4}, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}, \\ & \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{c}{\text{--}}\underset{5}{5}, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{c}{\text{--}}\underset{5}{5}\text{--}\underset{2}{6}, \\ & \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{c}{\text{--}}\underset{5}{5}\text{--}\underset{2}{6}\text{--}\underset{2}{7}, \underset{1}{1}\text{--}\underset{1}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{a}{\text{--}}\underset{2}{2}\overset{c}{\text{--}}\underset{5}{5}\text{--}\underset{2}{6}\text{--}\underset{2}{7}\text{--}\underset{2}{8}\text{--}\underset{1}{4}\} \end{aligned}$$

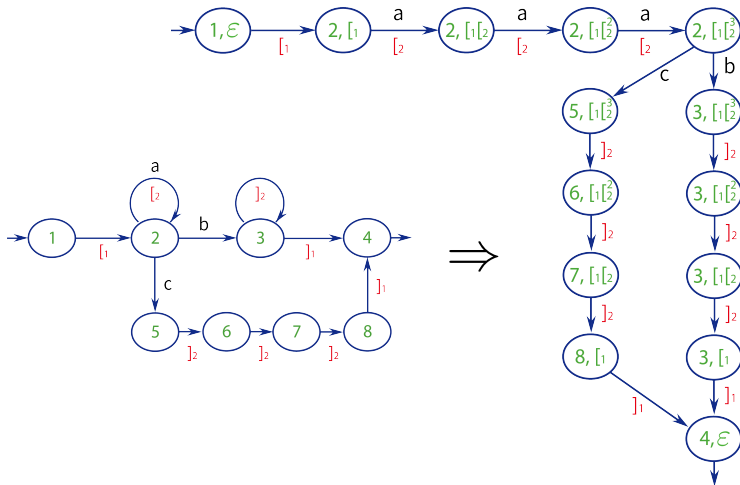
## Множество памятей L-графа



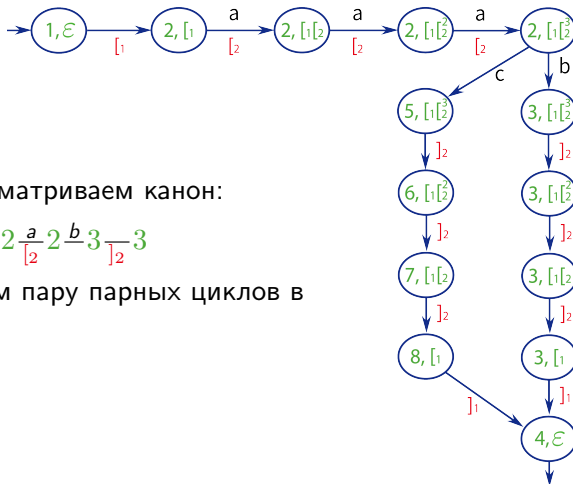
$$\begin{aligned}
 PrefCore_G(0, 0) = & \{ 1, \underset{[1]}{1} \overset{-}{2}, \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{b}{3}, \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{b}{3} \underset{[1]}{-} 4, \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{a}{[2]} 2, \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2, \\
 & \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{c}{[2]} 5, \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{c}{[2]} 5 \underset{[2]}{-} 6, \\
 & \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{c}{[2]} 5 \underset{[2]}{-} 6 \underset{[2]}{-} 7, \underset{[1]}{1} \overset{-}{2} \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{a}{[2]} 2 \overset{c}{[2]} 5 \underset{[2]}{-} 6 \underset{[2]}{-} 7 \underset{[2]}{-} 8 \underset{[1]}{-} 4 \}
 \end{aligned}$$

$$Mem = \{ (P, \mu(\iota(T))) \mid P = end(T), \exists T \in PrefCore_G(0, 0) \}$$

## L-граф по $PrefCore_G(0, 0)$



## L-граф по $PrefCore_G(0, 0)$



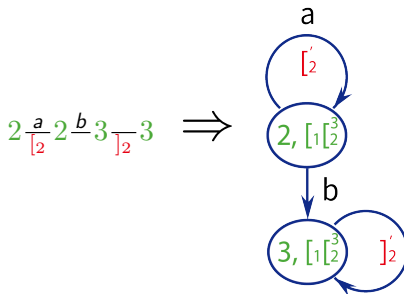
Далее рассматриваем канон:

$$2 \xrightarrow{[2]} 2 \xrightarrow{[2]} 3 \xrightarrow{[2]} 3$$

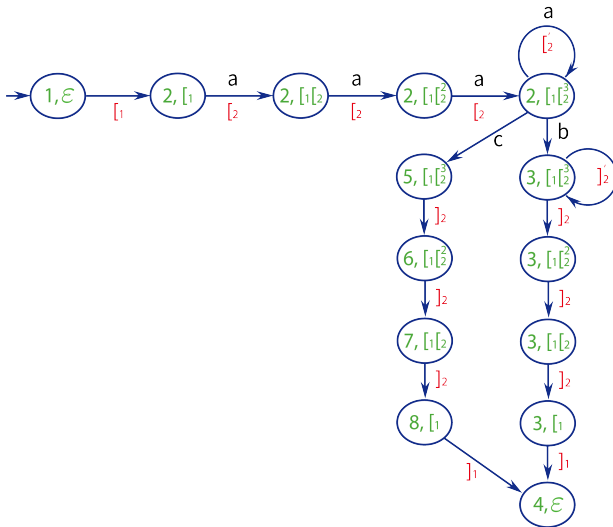
и вставляем пару парных циклов в  
граф



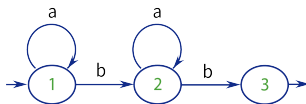
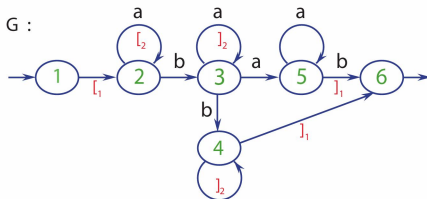
## Парные циклы



## L-граф по $PrefCore_G(0, 0)$



## Пример нерегулярного L-графа, допускающего регулярный язык



## Теорема

Пусть  $G$  – детерминированный бесконтекстный  $L$ -граф без псевдоциклических путей.

Язык  $L(G)$  регулярен тогда и только тогда, когда для любого пути

$$T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \in \text{Core}(1, 1),$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – парные циклы,  $\omega(T_2) \neq \varepsilon$ ,  $\omega(T_4) \neq \varepsilon$

выполняются условия

$$\omega(T_1)\omega(T_3)\omega(T_4)\omega(T_5) \in L(G)$$

и

$$\omega(T_1)\omega(T_2)\omega(T_3)\omega(T_5) \in L(G).$$



## Итоги:

- ▶ Предложен метод проверки регулярности детерминированных бесконтекстных L-графов.
- ▶ Найден критерий регулярности для L-графов в нормальной форме, обладающих дополнительным свойством – детерминированностью.